Donnons aussi une matrice génératrice de $\mathcal{C}_{24}$:

$$G = \left(\begin{array}{cccccccccccc|ccccccccccc|c}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&1&0&1\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&1&0&0&0&1&0&1&1\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&1&0&1&1&1\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&1&0&1&1&0&1\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&1&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&1&0&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&0&1&1&1&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&1&1&0&1&1&1&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&1&0&1&1&1&0&0&0&1&1\\
\hline
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0
\end{array}\right).$$

Cette matrice sera utilisée pour les calculs faits en annexe 2.

Le groupe des automorphismes de $\mathcal{C}_{24}$ est le groupe de Mathieu M_{24} (voir [CS98] chapitre 10 pour plus de précisions). Ce groupe est 5-transitif sur les coordonnées des éléments de $\mathbb{F}_2^{24}$.

Nous allons maintenant donner quelques définitions et propriétés du code de Golay binaire étendu $\mathcal{C}_{24}$ (nous suivons les appelations de [CS98]).

Définition 1.31. *On appelle :*
- octades spéciales *les ensembles de* 8 *entiers* $\{i_1, \ldots, i_8\} \subset [\![1, 24]\!]$ *tels qu'il existe un mot* $x = (x_1, \ldots, x_{24})$ *de* $\mathcal{C}_{24}$ *dont les lettres non-nulles sont exactement* $x_{i_1}, \ldots, x_{i_8}$. *Par abus de langage on désignera parfois par octade spéciale un mot de* $\mathcal{C}_{24}$ *de poids* 8.
- dodécades ombrales *les ensembles de* 12 *entiers* $\{i_1, \ldots, i_{12}\} \subset [\![1, 24]\!]$ *tels qu'il existe un mot* $x = (x_1, \ldots, x_{24})$ *de* $\mathcal{C}_{24}$ *dont les lettres non-nulles sont exactement* $x_{i_1}, \ldots, x_{i_{12}}$. *Par abus de langage on désignera parfois par dodécade ombrale un mot de* $\mathcal{C}_{24}$ *de poids* 12.

Définition 1.32. *On appelle :*
- tétrades *les ensembles de* 4 *entiers* $\{i_1, \ldots, i_4\} \subset [\![1, 24]\!]$.
- octades *les ensembles de* 8 *entiers* $\{i_1, \ldots, i_8\} \subset [\![1, 24]\!]$.
- dodécades *les ensembles de* 12 *entiers* $\{i_1, \ldots, i_{12}\} \subset [\![1, 24]\!]$.
- n-ades *les sous-ensembles de* n *entiers de* $[\![1, 24]\!]$.

Une paire complémentaire de dodécades ombrales est appelée un *duo*. Un triplet d'octades spéciales disjointes est appelé un *trio*. Un système de 6 tétrades disjointes telles que l'union de tout couple de telles tétrades est une octade spéciale est appelé un *sextet*.

Définition 1.33. *Soit S un ensemble à v éléments, et $\mathcal{B}$ un ensemble de sous-ensembles à k éléments de S (appelés* blocs*), avec la propriété que tout sous-ensemble à t éléments de S ($t \leqslant k$) est contenu dans exactement un bloc. Le couple $(S, \mathcal{B})$ est appelé* système de